



Querkraftbemessung nach DIN 1045-1

Notizen :

Allgemeines

Der Beitrag setzt sich kritisch mit DIN 1045-1 10.3 Querkraft auseinander, versucht Verfahrensvorschläge an den Stellen, die nach Meinung des Verfassers unzureichend formuliert sind und gibt Anregungen zur alternativen Berechnung nach 10.6 Stabwerkmodelle.

An einem einfachen Beispiel werden die Ausführungen erläutert.

DIN 1045-1 unterscheidet grundsätzlich zwei Tragmodelle. Für Bauteile ohne Querkraftbewehrung wird ein Betonzahnmodell und für Bauteile mit Querkraftbewehrung wird ein Fachwerkmodell zugrundegelegt.

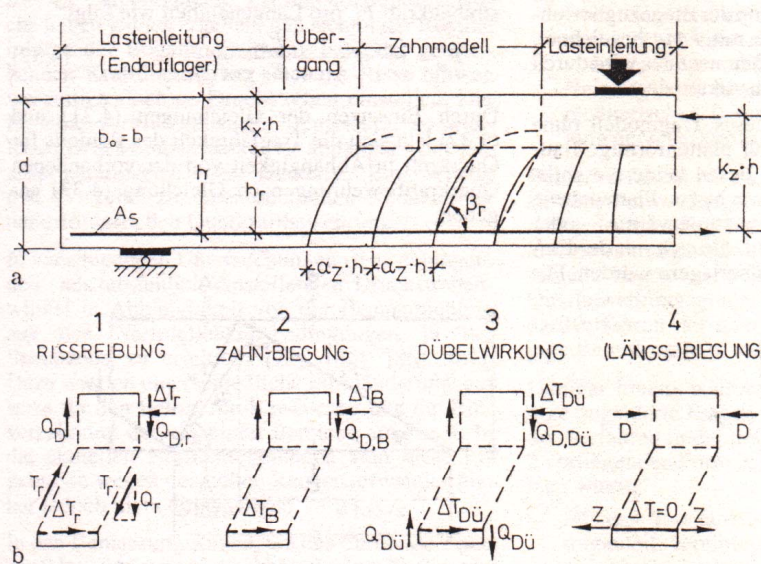


Bild 4.22. Zahnmodell nach Reineck (aus [80])

aus [1]

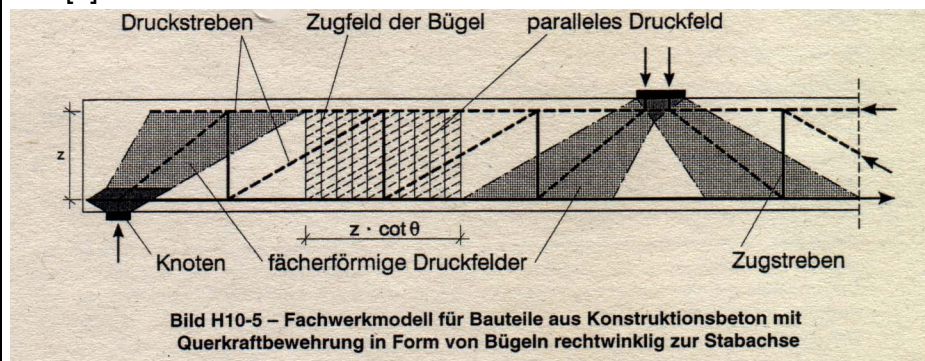


Bild H10-5 – Fachwerkmodell für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung in Form von Bügeln rechtwinklig zur Stabachse

aus Heft 525



Das erste Modell ist nach DIN 1045-1 nur für Platten anzuwenden. Bei stabförmigen Bauteilen ist grundsätzlich eine Mindestquerkraftbewehrung einzulegen und damit eine Lastabtragung nach dem Fachwerkmodell vorbestimmt.

Der Beitrag setzt sich überwiegend mit dem Fachwerkmodell auseinander.

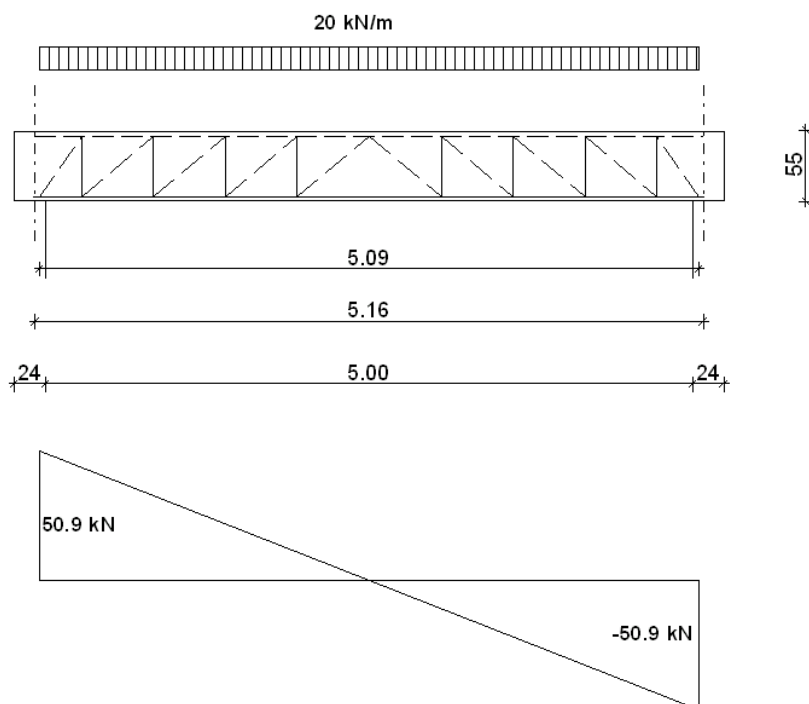
Bemessungswert der Querkraft V_{Ed}

DIN 1045-1 10.3.2 (1) (2) bestimmt zwar exakt, welcher Bemessungswert V_{Ed} in Sonderfällen für die Ermittlung der Querkraftbewehrung angesetzt werden darf, schweigt sich hierüber aber in allen anderen Fällen aus.

Grundsätzlich ist bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung die Bemessungsquerkraft im betrachteten Schnitt zu verwenden.

Bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung entspricht die aus der Schnittkraftermittlung errechnete Querkraft an der Nachweisstelle nicht für jeden Nachweis der entsprechenden Stabkraft im Fachwerkmodell, da sich z.B. eine oben angreifende Einwirkung zunächst über eine Betondruckstrebe bis zum unteren Zuggurt abstützt und an dieser Stelle erst wieder mit Bügeln aufgehängt werden muss.

Dies soll an einem einfachen Einfeldträger mit einer charakteristischen Einwirkung von 20 kN/m (50% ständig und 50% veränderlich) erläutert werden.



Querkraftverlauf und Fachwerkmodell

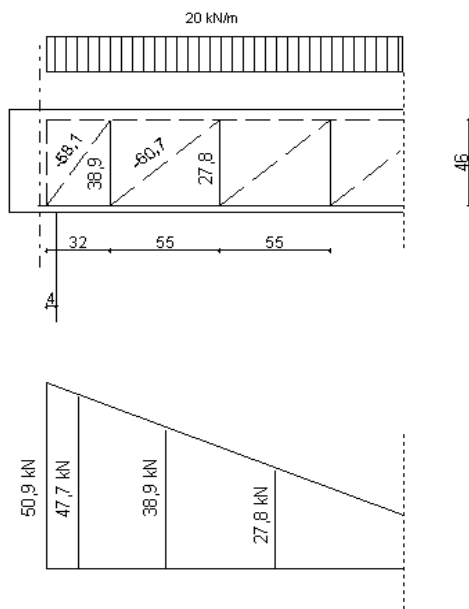
Nachweis $V_{Rd,max}$

Die größte Querkraft tritt am Auflager auf. DIN 1045-1 legt im Gegensatz zu DIN 1045 (88) nicht fest, welche Querkraft für den Nachweis am Auflager zu verwenden ist. In [2] wird dieser Nachweis mit der theoretischen Querkraft am Auflager geführt. Diese Annahme wird durch Bild 68 in DIN 1045-1 indirekt unterstützt, da hier die V_{ed} -linie bis zur Achse steigend eingetragen ist. In anderen Veröffentlichungen wird die Querkraft am Auflagerrand genommen.

In [1] wird auf Seite 338 bei indirekter Lagerung ausgeführt, dass „sämtliche Nachweise“ mit der Bemessungsquerkraft am Lagerrand zu führen sind. Dies lässt den Umkehrschluss zu, dass bei direkter Lagerung eine Bemessungsquerkraft weiter im Feld zugrundegelegt werden kann.

Darüber hinaus stellt nach Heft 525 der Auflagerbereich einen D-Bereich dar, für den nach [3] Formel 76 der DIN 1045-1 gar nicht gilt.

Der für die Praxis typische Druck-/Zugknoten eines Endauflagers, bei dem die Auflagerbreite größer ist als die Einbindelänge der unteren Zugbewehrung, kommt weder in DIN 1045-1 noch in [3] vor. Entscheidend für die Knotengeometrie ist die Einbindelänge l_b der unteren Bewehrung, da über diese Länge die Druckstrebenkraft in das untere Zugband umgelenkt werden muss. Der untere Anschlusspunkt der ersten Druckstrebe ist demnach bei $l_b/2$ anzusetzen.



Fachwerkmodell, Stabkräfte und Querkraftverlauf



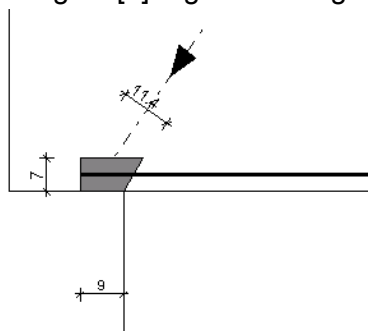
Daraus ergibt sich für das gewählte Beispiel das dargestellte Fachwerkmodell. Da sich über dem Auflager ein prismatischer Druckpfosten ausbildet, der alle Einwirkungen über dem Auflager direkt aufnimmt, wird hier ein senkrechter Druckpfosten angeordnet. Das Modell geht davon aus, dass die untere Bewehrung nach DIN 1045-1 mindestens bis 1 cm hinter die rechnerische Auflagerachse geführt wird. Der erste Zugpfosten (Bügel) im Feld wird $z \times \cot(\theta_0)/2$ vom Lagerrand entfernt angeordnet.

Modellgeometrie

$$\begin{aligned}
 h &= 55.0 \text{ cm} & d_1 &= 3.5 \text{ cm} \\
 d &= 51.5 \text{ cm} & z &= 51.5 \times 0.90 &= 46.4 \text{ cm} \\
 l_b &= 9.0 \text{ cm} & \theta_0 &= 40.0^\circ \\
 \text{Breite erstes Fachwerkfeld} \\
 c_1 &= (l_b + z \times \cot(\theta_0)) / 2 & &= 32.3 \text{ cm} \\
 \text{Breite mittleres Fachwerkfeld} \\
 c_2 &= z \times \cot(\theta_0) & &= 55.6 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für die erste Druckstrebe eine Neigung von ca. 55.1° und die oben angegebenen Stabkräfte. Aus dem Querkraftverlauf ist zu erkennen, dass für die Stabkräfte jeweils die Querkraft in der Mitte des entsprechenden Fachwerkfeldes maßgebend ist. Dies entspricht für die erste Druckstrebe etwa der Stelle der maßgebend Querkraft nach DIN 1045 (88).

Analog zu [3] ergibt sich folgendes Knotenmodell :



Knotenmodell

$$\begin{aligned}
 a &= (9 + 7 \times \cot(55.1)) \times \sin(55.1) &= 11.4 \text{ cm} \\
 F &= 58.1 \times (1.35 + 1.50) / 2 &= 82.8 \text{ kN} \\
 \sigma_c &= 82.8 / 24 / 11.4 \times 10 &= 3.11 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

Der Ausnutzungsgrad bezogen auf die zul. Betonspannung gemäß DIN 1045-1 10.6.3 (2) b beträgt bei Beton C 20/25 :

$$\begin{aligned}
 &3.11 / (20 \times 0.85 / 1.50) / 0.75 &= 0.366 \\
 \text{nach [3]} &3.11 / (20 \times 0.85 / 1.50) / 0.85 &= 0.323
 \end{aligned}$$



Wird die Bewehrung bis 4 cm vor die Hinterkante des Auflagers geführt, so ergibt sich folgender Nachweis :

$$l_b = 20.0 \text{ cm} \quad c_1 = 37.8 \text{ cm}$$

Druckstrebenneigung erste Strebe 50.8° .

$$\text{Strebe } F = 47.7 \times (1.35 + 1.50)/2 / \sin(50.8) = 68.0 \text{ kN}$$

$$\text{Knoten } a = (20 + 7 \times \cot(50.8)) \times \sin(50.8) = 19.9 \text{ cm}$$

$$\sigma_c = 68.0 / 24 / 19.9 \times 10 = 1.42 \text{ N/mm}^2$$

Der Ausnutzungsgrad bezogen auf die zul. Betonspannung gemäß DIN 1045-1 10.6.3 (2) b) beträgt bei Beton C 20/25 :

$$1.42 / (20 \times 0.85 / 1.50) / 0.75 = 0.167$$

$$\text{nach [3]} \quad 1.42 / (20 \times 0.85 / 1.50) / 0.85 = 0.147$$

nach DIN 1045-1 Formel 76 :

$$V_{Rd,max} = b_w \times z \times 0.75 \times f_{cd} / (\cot(40) + \tan(40)) = 465.6 \text{ kN}$$

Bezogen auf die Bemessungsquerkraft ergibt sich ein Ausnutzungsgrad von :

$$\text{Auflagerachse } 51.6 \times (1.35 + 1.50)/2 / 465.6 = 0.158$$

$$\text{Auflagerrand } 50.0 \times (1.35 + 1.50)/2 / 465.6 = 0.153$$

$$\text{Mitte 1. Feld } 47.7 \times (1.35 + 1.50)/2 / 465.6 = 0.146$$

Erwähnt werden soll an dieser Stelle noch, dass nach Heft 525 bei indirekter Lagerung das gleiche Modell unter der Voraussetzung benutzt werden kann, dass die Auflagerkraft im Querschnittsbereich des Nebenträgers mit Bewehrung aufgehängt wird.

Fazit

Die DIN 1045-1 vernachlässigt mit Formel 76 die Knotenkonzentration eines Druck-/Zugknotens am typischen Endauflager eines Stahlbetonbalkens. Sie liegt damit, wenn nur eine Mindesteinbindelänge der unteren Bewehrung konstruiert wird, im Vergleich zur zugrundeliegenden Theorie weit auf der **unsicheren** Seite. Die Formel 76 nimmt keinerlei Rücksicht auf die Auflagerausbildung. Dies ist insbesondere dann bedenklich, wenn - wie in der Praxis die Regel - der Auflagerbereich durch Einwirkungen aus darüber liegenden Bauteilen zusätzlich erheblich belastet ist und der gesamte Bereich schon vom Druckstrebenachweis des einlaufenden Balkens beansprucht wird.

Dies ist auch der Fall, wenn Formel 76 DIN 1045-1 - wie in [2] - bei dem Nachweis von Stahlbetonkonsolen verwendet wird.

Ein reiner Druckknoten bei einem Innenaufleger eines Balkens ist nicht so problematisch, da hier bei Normalbeton die Betonspannung im Knoten $1.1 f_{cd}$ erreichen darf, wohingegen in der Formel 76 der DIN der Faktor 0.75 an allen Stellen gilt.

Die untere Zugbewehrung sollte immer bis vor das Auflagerende geführt werden.

Querkraftbewehrung

In DIN 1045-1 10.3.1 (3) wird bestimmt, dass in jedem Querschnitt $V_{Ed} \leq V_{Rd,sy}$ sein muss.

Diese Formulierung ist irreführend. Es ist zwar richtig, dass aufgrund des Zahnmodells in jedem betrachteten Schnitt $V_{Ed} \leq V_{Rd,ct}$ sein muss, jedoch kann, wie oben ausgeführt, grundsätzlich nach dem Fachwerkmodell das $V_{Rd,sy}$ mit der Bemessungsquerkraft in einer Entfernung von $z \times \cot(\theta_0)/2$ verglichen werden.

Schon dann ist eine volle Querkraftdeckung erreicht. Die Aussagen gelten allgemein für oben angreifende Einwirkungen. Unten angreifende Lasten müssen zusätzlich mit entsprechender Bewehrung aufgehängt werden.

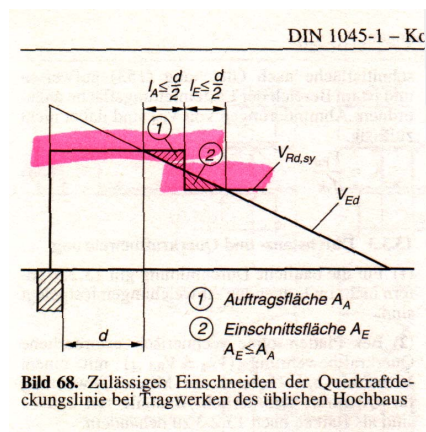
Da im allgemeinen $z \times \cot(\theta_0)/2 > d/2$ ist, stellt Bild 68 keine eingeschnittene, sondern mehr als eine volle Deckung dar.

DIN 1045-1 10.3.2 (1) lässt bei gleichmäßig verteilter Last und direkter Lagerung zu, dass die Bemessungsquerkraft im Abstand d vom Lagerrand ermittelt wird.

Nach dem oben erläuterten Fachwerkmodell gilt dies auch bei anderen Lastarten und kann deshalb nach Auffassung des Verfassers allgemein gelten.

Fazit

Eine Querkraftbewehrung bemessen mit V_{Ed} im betrachteten Schnitt liegt auf der sicheren Seite, stellt immer eine volle Querkraftdeckung dar und kann unter Anwendung von 10.6 Stabwerkmodelle wirtschaftlicher konstruiert werden.





Druckstrebenneigung

Nach DIN 1045-1 10.3.4 ist die Druckstrebenneigung zwar zu begrenzen, kann aber innerhalb dieser Grenzen frei gewählt werden. Grundsätzlich gilt, dass die tatsächliche Druckstrebenneigung mit zunehmender Ausnutzung des Querschnitts zunimmt.

Da in der Praxis Bauteile konstruiert werden, die annähernd voll ausgenutzt werden, sollte die Druckstrebenneigung nicht zu flach gewählt werden. Zu bedenken ist hierbei, dass bei flacher Neigung die Verankerungskräfte am Auflager und das Versatzmaß anwachsen. So vergrößert sich das Versatzmaß z.B. im üblichen Bereich bei einer um 10° flacheren Neigung um ca. 50%, so dass die Längsbewehrung um das Doppelte dieser Maßdifferenz länger konstruiert werden muss.

Da bei flacherer Strebenneigung die Strebenkräfte entsprechend anwachsen, verschärft sich bei gleicher Knotengeometrie auch das oben aufgezeigte Risiko beim Nachweis von $V_{Rd,max}$, da die Einleitungsbreite der Strebenkraft in den Druck-/Zugknoten weiter abnimmt.

- [1] Zilch, K. und Rogge, A. : Bemessung der Stahlbeton- und Spannbetonbauteile nach DIN 1045-1. BK 2002 / 1 S. 217 ff
- [2] Litzner, U. : Grundlagen der Bemessung nach DIN 1045-1 in Beispielen BK 2002 / 1 S. 435 ff
- [3] Schlaich, J. und Schäfer, K. : Konstruieren im Stahlbetonbau BK 2001 / 2 S. 311 ff
- [4] DAfStb Heft 525 (2003) Erläuterungen zu DIN 1045-1
- [5] DIN V ENV 1992-1-1: Eurocode 2 – Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1
- [6] DIN 1045 : Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung (Juli 1988)

Neureichenau, im Oktober 2004

Dipl.-Ing. Dieter Vogelsang

V O G E L S A N G
S Y S T E M H A U S